

Méthodes mathématiques pour la physique

session 2

08/06/2010

durée de l'examen: 3h

Exercice 1. Considérons la fonction $f(x) = |x + 2| - |x|$. Calculer $\frac{df}{dx}$ et $\frac{d^2f}{dx^2}$ au sens des distributions (c'est-à-dire, trouver $(T_f)'$ et $(T_f)''$).

Exercice 2. Considérons la fonction $f(x)$ de période 2 définie par

$$f(x) = 1 - |x| \quad \text{pour } -1 < x \leq 1.$$

1. Développer cette fonction en série de Fourier.
2. Ecrire l'identité de Parseval correspondant à cette série de Fourier.

Exercice 3. En utilisant la méthode des fonctions de Green, trouver la solution $y(x)$ de l'équation différentielle

$$x^2 y''(x) - 3xy'(x) + 3y(x) = x^4,$$

vérifiant les conditions initiales $y(1) = y'(1) = 0$. Vérifier le résultat.

Exercice 4. En utilisant la méthode des fonctions de Green, trouver la solution $y(x)$ de la même équation différentielle

$$x^2 y''(x) - 3xy'(x) + 3y(x) = x^4,$$

vérifiant les conditions limites $y'(0) = 0$, $y(1) = 0$. Expliquer pourquoi la méthode des fonctions de Green n'est pas applicable aux conditions limites $y'(\frac{1}{\sqrt{3}}) = 0$, $y(1) = 0$.